

0! এর মান 1 কেন?

কে. এম শারিয়াত উল্লাহ

শিক্ষার্থী, তড়িৎ ও ইলেকট্রনিক প্রকৌশল বিভাগ, শাহজালাল বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়

April 26, 2021

ফ্যাক্টোরিয়াল কী?

ফ্যাক্টোরিয়াল দ্বারা কয়েকটি ভিন্ন ভিন্ন বস্তু কতভাবে সাজানো যায় তা বুঝায়। যেমন 3 টি ভিন্ন রঙের কলমকে পাশাপাশি কতভাবে সাজানো যায়? উত্তর হচ্ছে $3 \times 2 \times 1 = 6$ একে সংক্ষেপে লেখে $3!$ । তাহলে,

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \cdots 3 \times 2 \times 1 \quad (1)$$

কিন্তু এই সূত্রটি আমরা সব জায়গায় ব্যবহার করতে পারি না। যেমন কেউ যদি আপনাকে জিজ্ঞাসা করে $(\frac{1}{2})!$ এর মান কত তখন আপনি কোনোদিনই এই সূত্র ব্যবহার করে এর মান বের করতে পারবেন না। এজন্য গণিতবিদরা ফ্যাক্টোরিয়ালের মান নির্ণয় করার জন্য ভিন্ন একটি পন্থা অবলম্বন করেন। একে বলে গামা ফাংশন।

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt \quad (2)$$

গামা ফাংশনের সাথে ফ্যাক্টোরিয়ালের সম্পর্ক হচ্ছে

$$\Gamma(x+1) = x! \quad (3)$$

আমরা যদি 0 ফ্যাক্টোরিয়ালের মান বের করতে চাই তবে শুধু $x = 0$ বসালেই হয়ে যাবে। (৩) নং সমীকরণ থেকে পাই, $0! = \Gamma(1)$, অর্থাৎ $\Gamma(1)$ ই হচ্ছে শূন্য ফ্যাক্টোরিয়ালের মান। এবার শুধু $\Gamma(1)$ এর মান বের করতে পারলেই হলো। (২) নং সমীকরণ ব্যবহার করে,

$$\begin{aligned} \Gamma(1) &= \int_0^{\infty} e^{-t} t^0 dt \\ &= \int_0^{\infty} e^{-t} dt \\ &= \left[\frac{e^{-t}}{-1} \right]_0^{\infty} \\ &= - \left(\frac{1}{e^{\infty}} - \frac{1}{e^0} \right) \\ &= -(0 - 1) \\ \therefore \Gamma(1) &= 1 \\ \therefore 0! &= 1 \end{aligned}$$